Fakultät für Informatik und Elektrotechnik
Institut für Allgemeine Elektrotechnik

Rostock, 12.07.2004
Prof. vRie/He

K l a u s u r

im Fach "Theoretische Elektrotechnik"

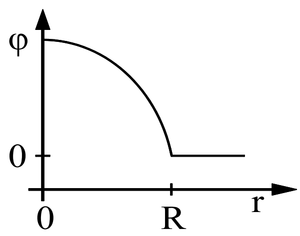
am 12.07.2004 von 09.^{00} Uhr bis 12.^{00} Uhr, Aula W'mde

	Aufgabe (Punkte)	1 (3)	2 (8)	3 (10)	4 (10)	5 (7)	6 (5)		Gesamt (43)
Vorname Name	Punkte								
								Note	
Matrikel-Nr.									

1. Schreiben Sie die Maxwell-Gleichungen in der Integralform auf und überführen Sie die Gleichungen, in denen die magnetische Flußdichte auftritt, mittels geeigneter Integralsätze in die Differentialform. Die Gleichungen der Integralsätze sind explizit anzugeben.

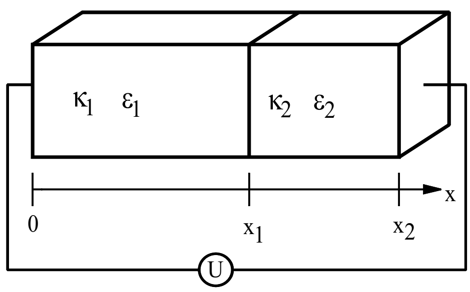
2. Gegeben sei eine kugelförmige Raumladungswolke (Radius R), deren Mittelpunkt im Ursprung eines sphärischen Koordinatensystems (r, φ, ϑ) liege. Der Raum außerhalb der Wolke sei ladungsfrei. Die Abhängigkeit der kugelsymmetrischen Ladungsverteilung vom Abstand r zum Ursprung läßt sich wie folgt beschreiben:

$$\rho(r,\varphi,\vartheta)=\rho(r)=\begin{cases}-a\,r^2+b & \textit{für } r\le R\\ 0 & \textit{für } r>R\end{cases}$$

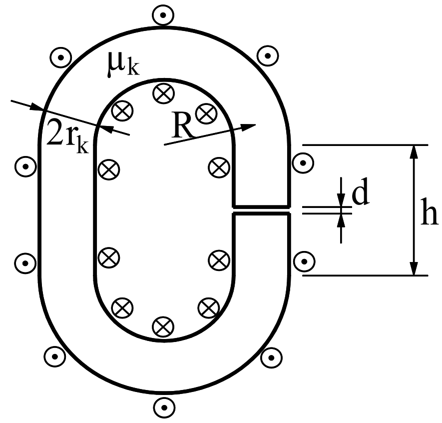


a) Normieren Sie die Ladungsverteilung. Bestimmen Sie dazu die Konstanten a und b. Die Gesamtladung der Ladungswolke beträgt Q. Nutzen Sie die Randbedingung ρ(R) = 0 aus.
b) Bestimmen Sie unter Verwendung des Gaußschen Satzes den Verlauf des elektrischen Feldes $E_r(r)$ innerhalb und außerhalb der Ladungswolke.
c) Das Potential φ(r) soll an der Stelle r = R stetig sein und für r → э verschwinden. Bestimmen Sie φ(r) aus dem unter b) berechneten elektrischen Feld $E_r(r)$.

3. Der abgebildete Widerstand besteht aus zwei unterschiedlichen homogenen und isotropen Materialien. Über die ideal leitenden Stirnflächen ist er mit der Spannungsquelle U kontaktiert. Randeffekte sind zu vernachlässigen. Berechnen Sie **a)** den Potentialverlauf in beiden Materialien durch Lösen der LAPLACE-Gleichung (ohne Konstantenbestimmung), **b)** die elektrische Feldstärke und die Stromdichte in den beiden Materialien, **c)** den Strom, den Widerstand und die Verlustleistung des Widerstandes. Berechnen Sie **d)** die Flächenladungsdichte an der Grenzfläche. Für welchen Fall verschwindet die Flächenladungsdichte ?

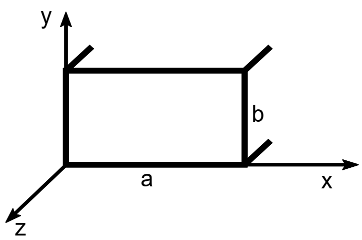


4. Der Ringkern der abgebildeten Spule hat einen kreisförmigen Querschnitt mit dem Radius $r_k = 3/\pi$ cm und einen Luftspalt der Länge d = 1 mm. Seine relative Permeabilität beträgt $\mu_{k\,r} = 2000$. Die weiteren geometrischen Daten der Ringkernspule sind: $R = 9/\pi$ cm, h = 6 cm. Der gesamte Ringkern ist gleichmäßig mit einer Spule mit 10 Windungen pro cm eng umwickelt. Der Spulenstrom beträgt 23/3 A.
   Bei den folgenden Berechnungen können Streuflüsse der Zuleitungen und im Luftspalt vernachlässigt werden.



a) Berechnen Sie die Beträge von magnetischer Flußdichte und magnetischer Feldstärke im Kern der Spule und im Luftspalt.
b) Berechnen Sie die im Kern und im Luftspalt gespeicherte Energie des magnetischen Feldes.
c) Berechnen Sie die Induktivität der Spule.

5. Gegeben sei ein Rechteckhohlleiter mit ideal leitender Berandung. Im Inneren des Hohlleiters breiten sich TE – Wellen aus. Leiten Sie die Beziehung für die Grenzfrequenz dieser Moden aus der Separationsgleichung ab! Welches ist der Grundmode, welche Grenzfrequenz besitzt er ? Für die Komponenten des elektrischen Feldes der TE-Moden gilt allgemein:



$$\left.\begin{aligned} E_x &= A\cos k_x x \cdot \sin k_y y \\ E_y &= B\sin k_x x \cdot \cos k_y y \end{aligned}\right\} \cdot e^{j(\omega t - k_z z)} \;;\; E_z = 0\,.$$

   Berechnen Sie die Komponenten der magnetischen Feldstärke des Grundmodes mit Hilfe der Maxwellschen Gleichungen!

6. Ein elektrischer Elementardipol strahlt elektromagnetische Wellen mit einer Frequenz von 100 MHz ab. Bestimmen Sie die Beträge der Komponenten von elektrischer und magnetischer Feldstärke in geeigneter Näherung (Begründung) für eine Entfernung von 10 km mit $C_E = 100$ Am für die Winkel $\vartheta = 0°, 30°, 90°$.
   Für das Feld eines elektrischen Elementardipols gilt allgemein:

$$\underline{E}_\varphi = \underline{H}_r = \underline{H}_\vartheta = 0 \quad ; \quad \underline{H}_\varphi = jkC_E \sin\vartheta \frac{e^{-jkr}}{r}\left(1 + \frac{1}{jkr}\right)$$

$$\underline{E}_r = 2jkC_E Z\cos\vartheta \frac{e^{-jkr}}{r}\left[\frac{1}{jkr} + \left(\frac{1}{jkr}\right)^2\right] \quad ; \quad \underline{E}_\vartheta = jkC_E Z\sin\vartheta \frac{e^{-jkr}}{r}\left[1 + \frac{1}{jkr} + \left(\frac{1}{jkr}\right)^2\right]$$