

Organisatorisches

- Probeklausur ???

Wenn ja: Termin ???

- Exkursion zum DESY:

Wahrscheinlich noch im Mai !

Welcher Wochentag ???

Beteiligung an Fahrtkosten noch nicht klar.

- Web-Server läuft wieder ohne Passwort !!!

UvR 03-04-17

Wahlpflichtangebot (für alle ET-Studienrichtungen !)

- Computational Electromagnetics

(Numerische Simulation elektromagnetischer Felder)

SS, 2V, 2P; Vorlesung in SS 03: Mi 13-15, Übung Fr 11-13

- Projektseminar zu Computational Electrodynamics

WS + SS, je 2P; Do 15-17

- Gekoppelte Probleme

WS, 2V *Bitte für WS 03/04 im Studienbüro eintragen!*

- Numerische Lineare Algebra

mit Anwendungen aus der Feldsimulation

WS, 2V, 1Ü *Bitte für WS 03/04 im Studienbüro eintragen!*

UvR 03-04-17

Prüfungsfächer

Lehrangebot ist Teil der beiden Prüfungsfächer

- **Ausgew. Kap. d. Theoretischen Elektrotechnik (AE)**
- **Hard- und Software (GS)**

UvR 03-04-17

Partneruniversität Tampere

Austauschmöglichkeit mit der Uni Tampere, Finnland
(über ERASMUS / SOCRATES)

Kontaktperson dort: Prof. L. Kettunen
hier: Prof. U. van Rienen

- ca. 400 Anfänger in E-Technik jährlich
- gute Kontakte zu NOKIA etc.
- führend in FEM-Forschung (Computational Electromagnetics)

UvR 03-04-17

Ebene Wellen

$$\begin{aligned}\operatorname{rot} \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \operatorname{rot} \vec{H} &= \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{J} \\ \operatorname{div} \vec{D} &= \rho \\ \operatorname{div} \vec{B} &= 0\end{aligned}$$

Maxwellsche Gleichungen
in
allgemeiner Form

UvR 03-04-17

Herleitung der Wellengleichungen

$$\begin{aligned}\operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{E} &= -\varepsilon\mu \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} - \kappa\mu \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \\ \operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{H} &= -\varepsilon\mu \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} - \kappa\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}\end{aligned}$$

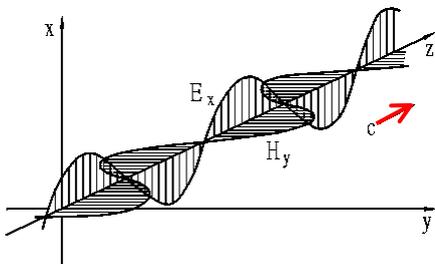
UvR 03-04-17

Ebene Welle im Isolator

$$\begin{aligned}
 E_x &= F_x(z-vt) + G_x(z+vt) \\
 E_y &= F_y(z-vt) + G_y(z+vt) \\
 E_z &= 0 \\
 B_x &= -\frac{1}{v}F_y(z-vt) + \frac{1}{v}G_y(z+vt) \\
 B_y &= \frac{1}{v}F_x(z-vt) - \frac{1}{v}G_x(z+vt) \\
 B_z &= 0
 \end{aligned}$$

UvR 03-04-17

Ebene Welle



$$\vec{B} = \frac{\vec{e}_a \times \vec{E}}{v}; \quad \vec{H} = \frac{\vec{e}_a \times \vec{E}}{Z}$$

$$\vec{E} = v(\vec{B} \times \vec{e}_a)$$

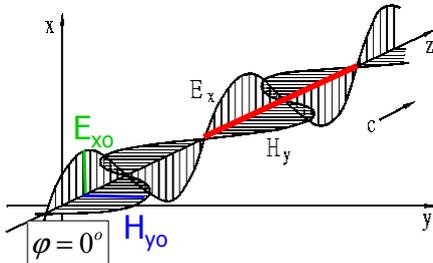
$\vec{E}, \vec{B}, \vec{e}_a$ bilden Rechtssystem

Wellenwiderstand

$$Z = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$$

UvR 03-04-17

Zeitharmonische ebene Welle



$$E_x(z, t) = E_{x0} \cos(\omega t - kz + \varphi)$$

$$H_y(z, t) = H_{y0} \cos(\omega t - kz + \varphi)$$

$$H_{y0} = \frac{E_{x0}}{Z}$$

E_{x0}, H_{y0} : Amplituden der Felder

φ : Phasenwinkel

ω : Kreisfrequenz

f : Frequenz

τ : Periode

k : Wellenzahl

λ : Wellenlänge

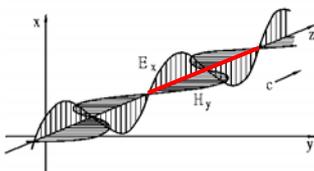
$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{\tau}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \# \text{ Perioden je}$$

Längeneinheit

UvR 03-04-17

Zeitharmonische ebene Welle



E_{x0}, H_{y0} : Amplituden der Felder

φ : Phasenwinkel

ω : Kreisfrequenz

f : Frequenz

τ : Periode

k : Wellenzahl

λ : Wellenlänge

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{\tau}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Phasengeschwindigkeit v_{ph} :

$$v_{ph} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} = \lambda f = \frac{2\pi}{k} \cdot \frac{\omega}{2\pi} = \frac{\omega}{k}$$

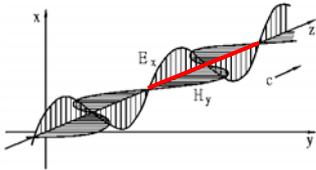
⇒ Dispersionsbeziehung:

$$\omega = v \cdot k$$

$$\text{i.a.: } \omega = \omega(k)$$

UvR 03-04-17

Zeitharmonische ebene Welle



$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{\tau}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

E_{x0}, H_{y0} : Amplituden der Felder

φ : Phasenwinkel

ω : Kreisfrequenz

f : Frequenz

τ : Periode

k : Wellenzahl

λ : Wellenlänge

Phasengeschwindigkeit v_{ph} :

$$v_{ph} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} = \lambda f = \frac{2\pi}{k} \cdot \frac{\omega}{2\pi} = \frac{\omega}{k}$$

⇒ Dispersionsbeziehung:

$$\omega = v \cdot k$$

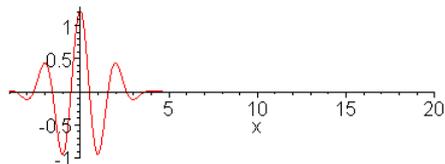
$$\text{i.a.: } \omega = \omega(k)$$

UvR 03-04-17

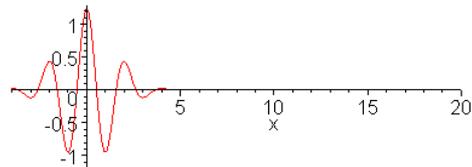
Wellenpaket

$$v_{ph} = \frac{\omega(k)}{k}$$

Dispersionsfrei:
Phasengeschwindigkeit φ ist
gleich für alle Frequenzen f
bzw. Wellenlängen λ
(Welle wird nicht verformt)



Dispersionsbehaftet:
Phasengeschwindigkeit φ ist je
abhängig von d. Wellenlänge λ



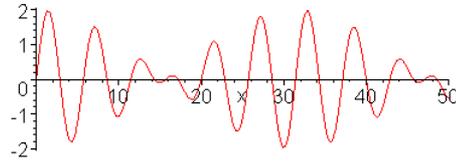
Quelle der Animation:

<http://physics.usask.ca/~hirose/ep225/animation/dispersion/anim-dispersion.html>

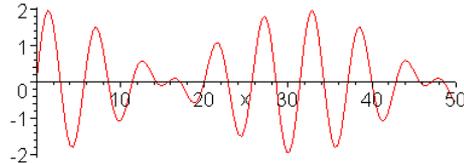
UvR 03-04-17

Sinusförmiges Wellenpaket

dispersionsfrei



dispersionsbehaftet



Quelle der Animation:

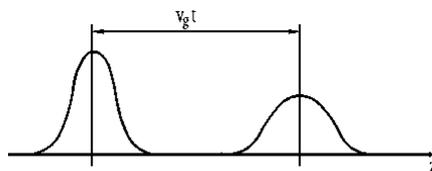
<http://physics.usask.ca/~hirose/ep225/animation/dispersion/anim-dispersion.html>

UvR 03-04-17

Gruppengeschwindigkeit

Die Gruppengeschwindigkeit, *nicht* die Phasengeschwindigkeit, ist i.a. wesentlich für den Energie- oder Signaltransport ! Sie bezieht sich auf die Einhüllende einer Wellengruppe (Wellenpaket) aus Wellen verschiedener Frequenz.

$$v_g = \frac{d\omega(k)}{dk}$$



Schmalbandiges, dispersives Wellenpaket

UvR 03-04-17

Phasengeschwindigkeit und Gruppengeschwindigkeit

$$v_{ph} = \frac{\omega(k)}{k} = \frac{c}{n}$$

c = Lichtgeschwindigkeit

n = Brechungsindex

Bei normaler Dispersion gilt:

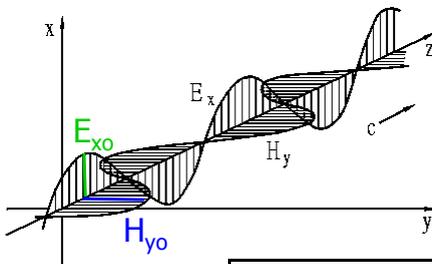
$$v_g \leq c \text{ und } v_g \leq v_{ph}$$

Im dispersionsfreien Fall mit $v = c$ gilt:

$$v_{ph} = \frac{\omega}{k} = c = \frac{d\omega}{dk} = v_g$$

UvR 03-04-17

Energietransport in der zeitharmonische ebene Welle



$$\vec{P}_k = \frac{1}{2} (\vec{E} \times \vec{H}^*)$$

$$\underline{E}_x(z, t) = \underline{E}_{x0} \exp(j(\omega t - \gamma z))$$

$$\underline{H}_y(z, t) = \underline{H}_{y0} \exp(j(\omega t - \gamma z))$$

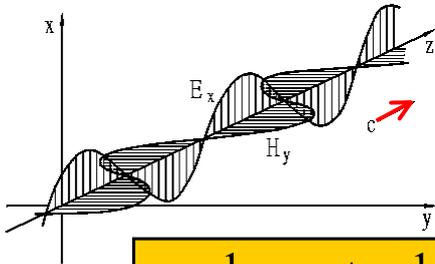
$$\gamma = \alpha + j\beta$$

α = Dämpfungskonstante

β = Phasenkonstante $\hat{=}$ Wellenzahl k

UvR 03-04-17

Energietransport einer elektromagnetischen Welle



$$\vec{P}_k = \frac{1}{2} (\vec{E} \times \vec{H}^*)$$

Richtung des Poynting-Vektors
= Richtung des Energietransports

$$\vec{P}_k = \frac{1}{2} (\vec{E} \times \vec{H}^*) = \frac{1}{2} (E_{x0} e^{-\gamma z} \vec{e}_x \times H_{y0}^* e^{\gamma z} \vec{e}_y) \approx \vec{e}_z$$

mit

$$\gamma = \alpha + i\beta$$

in Ausbreitungsrichtung
der Welle

Dämpfungskonstante

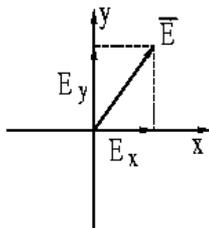
Phasenkonstante (Wellenzahl)

UvR 03-04-17

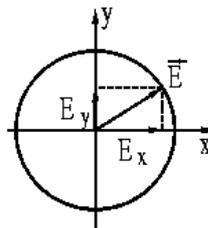
Polarisation

Polarisationsebene =
Ebene, in der elektrischer Feldvektor schwingt

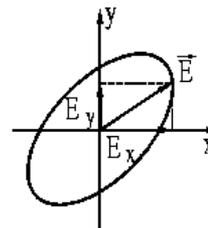
Polarisationstypen:



linear



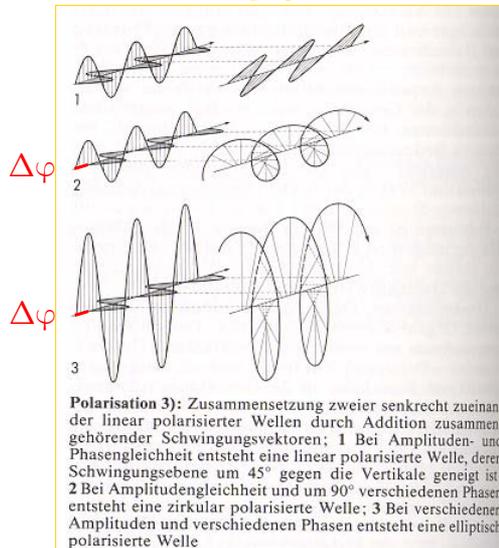
zirkular



elliptisch

UvR 03-04-17

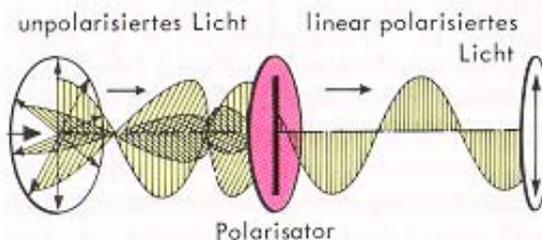
Polarisation



UvR 03-04-17

Quelle: Brockhaus

Polarisation



Polarisation 3): Aus einem Lichtbündel wird durch Polarisation Licht herausgefiltert, das nur in einer Ebene schwingt

UvR 03-04-17

Quelle: Brockhaus

Inhomogene ebene Welle

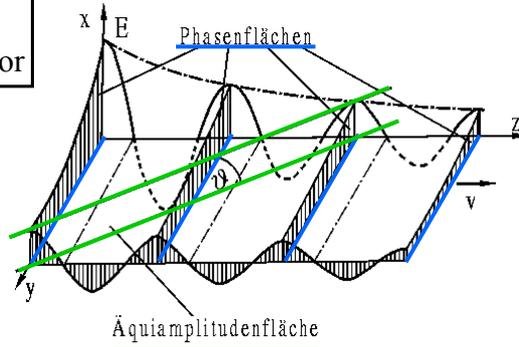
$$f(\mathbf{r}, t) = f\left(t - \frac{\mathbf{n} \cdot \mathbf{r}}{v}\right)$$

\mathbf{n} : beliebiger Einheitsvektor

Wellenvektor \mathbf{k} :

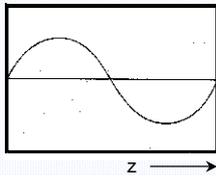
$$\mathbf{k} = k \cdot \mathbf{n}$$

$$\text{mit } |\mathbf{k}| = k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{v}$$

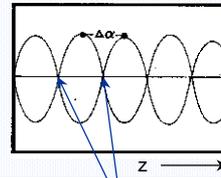


UvR 03-04-17

Stehwellen und Wanderwellen



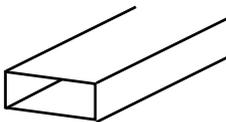
Stehwelle =
Überlagerung von
vor- und zurück-
laufender Welle



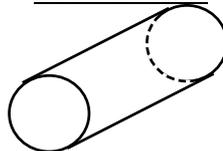
$$A\left(e^{i(\omega t + k_z z)} + e^{i(\omega t - k_z z)}\right) = \underbrace{2A \cos(k_z z)}_{\text{ortsfeste Amplitude}} \cdot e^{i\omega t}$$

Schwingungsknoten

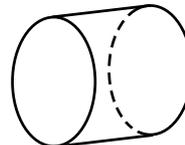
Rechteckhohlleiter



Rundhohlleiter



Zylindrischer
Hohlraumresonator



UvR 03-04-17

Überlagerung: 2 Wellen in gleicher Richtung

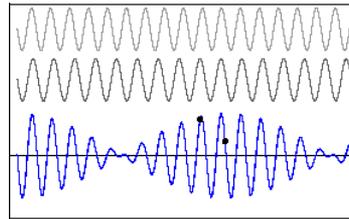
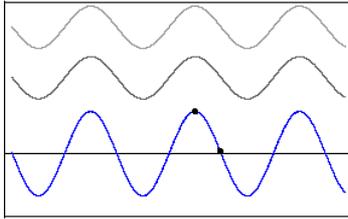
in Phase ($\varphi=0^\circ$)

→ konstruktiv

gegenphasig ($\varphi=180^\circ$)

→ destruktiv

2 Wellen mit leichtem
Frequenzunterschied;
Überlagerung schwingt
mit Mittenfrequenz;
Einhüllende der
Amplitude variiert mit Δf



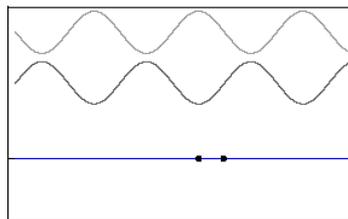
<http://www.gmi.edu/~drussell/Demos/superposition/superposition.html>

UvR 03-04-17

Überlagerung: 2 Wellen in entgegengesetzter Richtung

Zwei Wellen gleicher Frequenz (und damit Wellenlänge)
sowie gleicher Amplitude wandern in entgegengesetzter
Richtung.

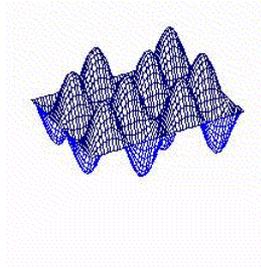
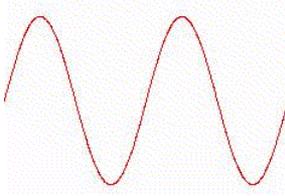
Je nach Phasenunterschied gibt es wieder konstruktive und
destruktive Interferenz; das Bild der Summe oszilliert, ist
aber ortsfest!



<http://www.gmi.edu/~drussell/Demos/superposition/superposition.html>

UvR 03-04-17

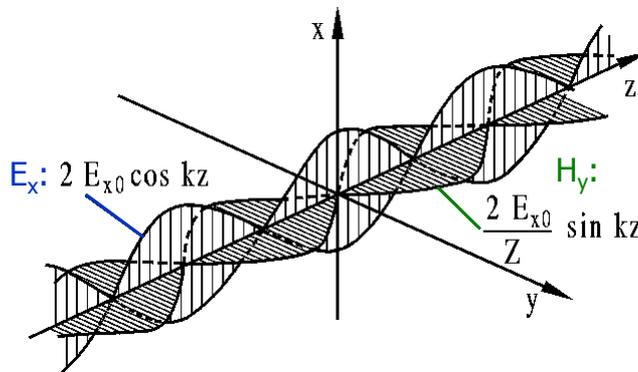
Stehende Welle



<http://www.bridgewater.edu/~pbender/animations/2dstanding.html>
<http://www.bridgewater.edu/~pbender/animations/3Dstanding.html>

UvR 03-04-17

Stehende Wellen



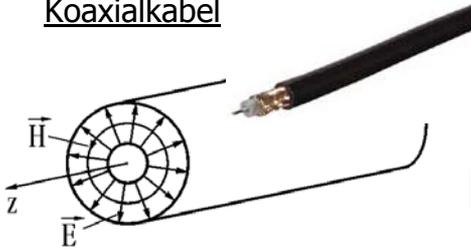
Ortsabhängigkeit der Amplituden des schwingenden Feldes

UvR 03-04-17

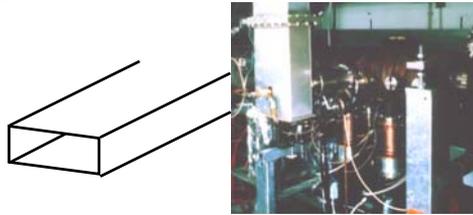
Leitungstheorie

Beispiele einer elektrischen Leitung:

Koaxialkabel



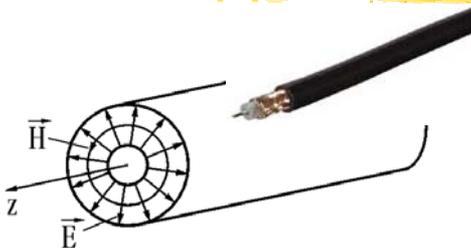
Rechteckhohlleiter



Leitungstheorie:
Telegraphengleichung \leftrightarrow Wellengleichung

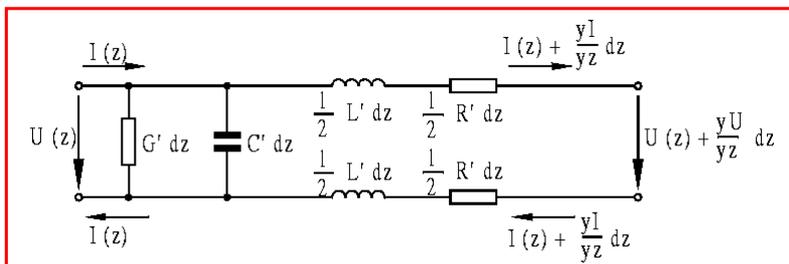
UvR 03-04-17

Leitungsersatzschaltbild



Koaxialkabel

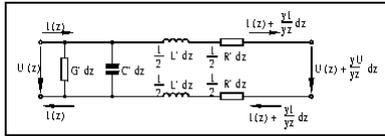
R = Widerstand der Leitung
 L = Induktivität " "
 C = Kapazität " "
 G = Leitwert " "



UvR 03-04-17

Telegraphengleichung

Leitungsersatzschaltbild + Kirchhoff'sche Regeln



Telegraphengleichung

$$\frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = a_1 \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} + a_2 \frac{\partial f}{\partial t} + a_3 f$$

UvR 03-04-17

Telegraphengleichung

$$\frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = a_1 \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} + a_2 \frac{\partial f}{\partial t} + a_3 f$$

Für verlustfreie Leitung:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = LC' \frac{\partial^2 U}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial^2 I}{\partial z^2} = LC' \frac{\partial^2 I}{\partial t^2}$$



$$LC' = \epsilon \mu$$

UvR 03-04-17